



## DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN MODELO A ESCALA DE UNA AERONAVE PARA VISUALIZAR LA DINÁMICA LONGITUDIAL

M. Yñiguez<sup>a</sup>, L. Cetrá<sup>a</sup>, M. García Saíenz

<sup>a</sup>Dpto. Aer. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de La Plata, Calle 116 e/47 y 48-La Plata Argentina  
<http://www.ing.unlp.edu.ar>

**Palabras clave:** Estabilidad dinámica, geometría, modelo matemático, túnel, ecuaciones, ensayos.

### Resumen

En el presente trabajo, se realizó un modelo a escala de una aeronave genérica (monomotor tractor de ala alta cantiléver, cuatriplaza de tren triciclo) con el objetivo de analizar la estabilidad estática y dinámica longitudinal al modificar la posición del estabilizador horizontal, para lo cual se propone la construcción de un modelo a partir de un aeromodelo de referencia, acotado por las dimensiones del túnel aerodinámico mayor de la UIDET-LaCLyFA, Dpto. Aeronáutica, Facultad de Ingeniería, UNLP. Luego, se realizó un CAD para obtener algunos parámetros másicos, como los momentos de inercia y la masa aproximada que tendría el modelo, para alimentar con datos el modelo analítico.

Dicho modelo matemático consiste en plantear la dinámica longitudinal del modelo a partir del sistema de ecuaciones lineales  $\dot{x} = A * x + B * u$ ; por cuestiones de espacio y complejidad no se estudia la estabilidad dinámica latero direccional del mismo.

En paralelo con el análisis del modelo matemático comenzó la construcción del modelo de túnel, el cual tiene la capacidad de modificar la longitud del fuselaje mediante el agregado de un módulo extra en la sección media del fuselaje, con mínimas modificaciones en la instrumentación y mecanismo de control del modelo. El estabilizador horizontal tiene ángulo de incidencia variable manualmente y el elevador se controla de forma remota mediante servos de velocidad variable.

## 1. INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se realizaron estudios sobre la estabilidad estática y dinámica longitudinal de una aeronave a escala, partiendo de estudios analíticos para su posterior validación de manera experimental en túnel de viento. Se analizaron dos configuraciones de fuselaje, uno corto y uno largo.

Cabe destacar que se realizaron varios ensayos previos que sirvieron para definir aspectos fundamentales como la sujeción del modelo al túnel de viento, y las consideraciones para la instrumentación del modelo.

La principal complejidad se dio a la hora de obtener resultados de forma experimental, con lo cual debimos adoptar una solución de compromiso para elegir el tamaño de una aeronave que nos permita ver resultados certeros y a su vez no se vea demasiado influenciado por las paredes del túnel de viento. Para lo descripto anteriormente se usó un modelo de referencia que nos ayudó a tener una noción del tamaño que debería tener el modelo a construir.

## 2. METODOLOGIA

Se realizaron modelos matemáticos correspondientes a cada uno de los modelos empleados, con el objetivo de dimensionar el modelo de ensayo y luego validar dichos modelos matemáticos con resultados experimentales obtenidos de ensayos en túnel de viento.

En paralelo con los cálculos analíticos se llevó a cabo la construcción del modelo, el cual debería cumplir con ciertos requisitos; el más importante de ellos consistía en cambiar su longitud, es decir alejar o acercar el estabilizador horizontal del centro de gravedad y poder ver cómo se comporta el modelo dentro del túnel de viento al modificar dicho parámetro. Una vez terminada la construcción del modelo, se procede a introducirlo en el túnel de viento y sujetarlo al piso desde el tren principal mediante unos tensores, para evitar que el modelo choque contra el túnel en caso de pérdida de control. También se utilizó un cable desde la nariz hacia la entrada del túnel de viento, con el objetivo de simular la tracción del motor.

Para medir la velocidad del túnel de viento se utilizó un arreglo de tubo Pitot con micromanómetro ALNOR (EBT720) y se registran las señales de tres acelerómetros convenientemente ubicados sobre el modelo. Luego, con los datos obtenidos de los ensayos se comparan los resultados del modelo matemático propuesto para cada una de las configuraciones.

## 3. DESARROLLO

### 3.1. Estabilidad estática

Los requerimientos del trabajo se basaron en la intensión de la Cátedra de Aerodinámica General II del Dpto. de Aeronáutica de la Facultad de Ingeniería (UNLP), de contar con un modelo de túnel de viento para las clases prácticas de análisis de estabilidad longitudinal de una aeronave.

Se comenzó realizando un análisis de estabilidad estática de cada configuración, definida de la siguiente manera: *“La estabilidad estática se define como la tendencia de una aeronave a generar fuerzas y momentos que directamente se oponen de manera instantánea ante una perturbación”*. La **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** presenta cualitativamente las condiciones de estabilidad estática longitudinal.



Figura 1. Condiciones de estabilidad estática.

A continuación se plantea la ecuación (1) de estabilidad estática a comandos bloqueados, en donde debemos observar qué signo toma la derivada del coeficiente de momento en el CG con respecto al ángulo de ataque. Para el caso “estáticamente estable” esta derivada debe ser negativa;

$$\frac{\partial CM_{CG}}{\partial \alpha} = \left( \frac{\partial CL}{\partial \alpha} \right)_{AP} * (X_{CG} - X_{CA}) - \left( \frac{\partial CL}{\partial \alpha} \right)_c * \eta_c * \left( 1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right) * V_c \quad (1)$$

Como puede verse en la ecuación (1), la derivada del coeficiente de momento respecto del ángulo de ataque depende de varios parámetros, como por ejemplo, la posición del centro de gravedad, del rendimiento de cola, etc.

<b>Términos de la ecuación de estabilidad estática a comando bloqueados</b>	
$\left( \frac{\partial CL}{\partial \alpha} \right)_{AP}$	Pendiente de sustentación de avión parcial
$X_{CG}$	Posición del centro de gravedad
$X_{CA}$	Posición del centro aerodinámico
$\left( \frac{\partial CL}{\partial \alpha} \right)_c$	Pendiente de sustentación del estabilizador horizontal
$\eta_c$	Rendimiento del estabilizador horizontal
$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}$	Derivada del Donwash respecto del ángulo de ataque
$V_c$	Volumen de cola

Tabla 1. Términos de la ecuación de estabilidad

El primer término es la pendiente del avión parcial y se calcula como se muestra en la ecuación (2):

$$\left( \frac{\partial CL}{\partial \alpha} \right)_{AP} = K_1 * \left( \frac{\partial CL}{\partial \alpha} \right)_{ALA} \quad (2)$$

En donde el termino K1 depende de parámetros netamente geométricos

$$K_1 = \left( 1 + 2.15 * \frac{b_f}{b} \right) * \frac{S_{neta}}{S_{ref}} + \frac{\pi}{2 * CL\alpha_{ALA}} * \frac{b_f^2}{S_{ref}} \quad (3)$$

Para realizar dicho análisis es necesario tener definida la geometría del modelo, con lo cual a continuación se presenta una tabla con dichos parámetros.

<b>Características del Ala</b>	
Perfil	NACA 4412
Superficie	0.3225 m <sup>2</sup>
Alargamiento	6.9
Ahusamiento	1
Cuerda media	0.215 m
$\Lambda_{c/4}$ (Angulo al cuarto de cuerda)	0 deg
Angulo de diedro	4 deg
(b) Envergadura	1.5 m
$\left(\frac{\partial CL}{\partial \alpha}\right)$ (modelo completo)	5.0443 1/rad
$i_w$ (incidencia del ala)	4 deg
$X_{cg}$ (Posición del centro de gravedad en el eje longitudinal del avión)	Aprox 30% CAM
$b_f$ (Ancho de fuselaje)	Aprox. 0.1 m

Tabla 2. Características generales del ala diseñada.

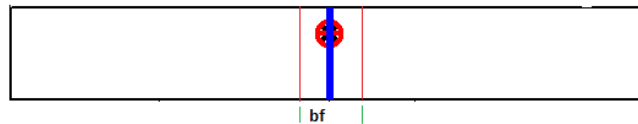


Figura 2. Geometría del ala diseñada.

<b>Estabilizador horizontal</b>	
Perfil	Naca 0008
Superficie	0.0658 m <sup>2</sup>
Envergadura (b)	0.47 m
Cuerda media	0.14 m
Cuerda de raíz	0.16 m
Alargamiento	3.35
Ahusamiento	0.75
$\Lambda_{c/4}$ (Angulo al cuarto de cuerda)	7.275 deg
$CL_\alpha$	2.86 1/rad
$i_h$ (incidencia del estabilizador horizontal)	0 deg
$V_c$ (vol de cola) caso 1	0.37
$V_c$ (Vol de cola) caso 2	0.63

Tabla 3. Características generales del estabilizador horizontal.

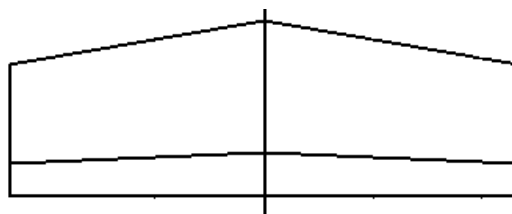


Figura 3. Geometría del estabilizador horizontal.

Una vez conocida la geometría de ambas superficies sustentadoras, es necesario conocer la ubicación de cada uno de ellos, como se observa en la Figura 4. Los valores obtenidos se presentan en la Tabla 4.

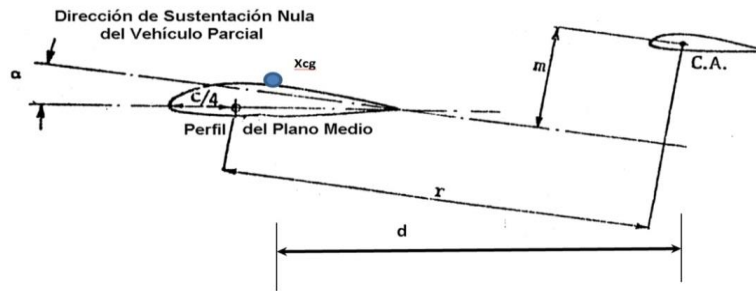


Figura 4. Geometría para determinación del donwash ver [2]

d1	0,3895 m	Caso 1
r1	0,40025 m	
d2	0,6645 m	Caso 2
r2	0,67525 m	
m	0.08 m	Igual para el caso 1 y 2

Tabla 4. Distancias para ambos casos

A continuación se presentan el caso 1 y el caso 2, las figuras fueron obtenidas del programa VLM Tornado® y SolidWorks®; este último nos sirvió para determinar los momentos de inercia y la masa aproximada que tendría el modelo en cada uno de los casos antes mencionado.

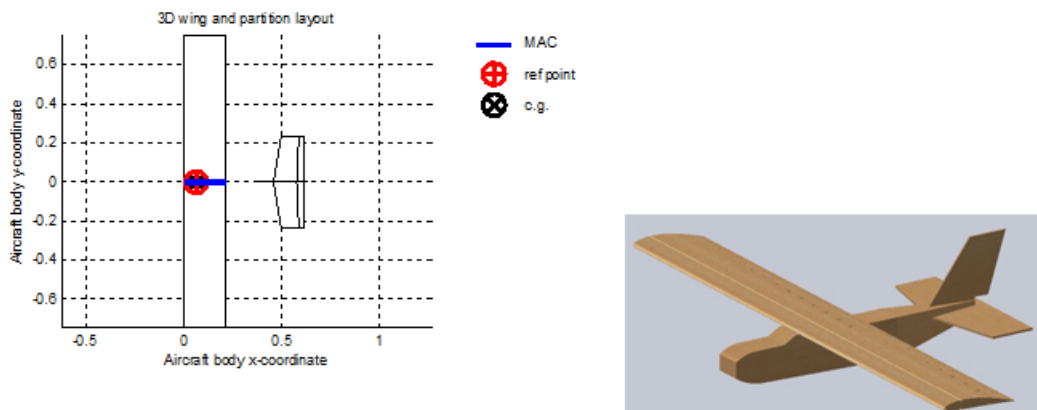


Figura 5. Modelo caso 1, fuselaje corto.

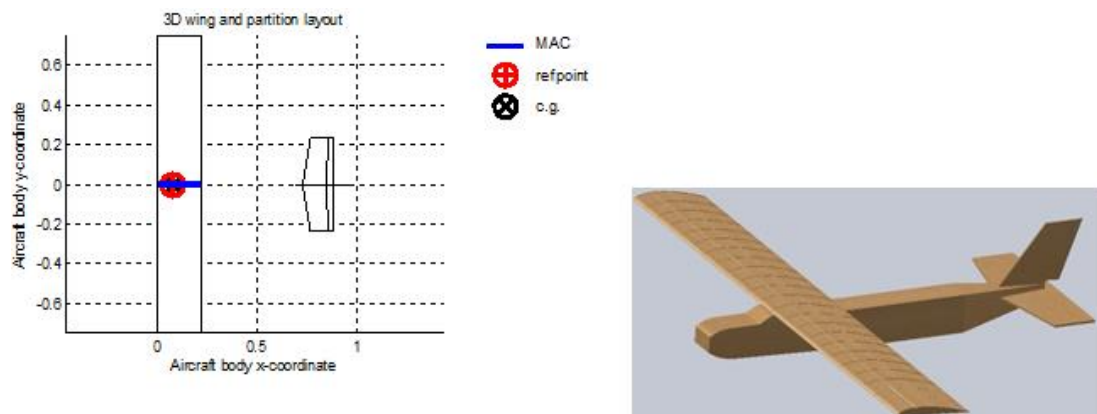


Figura 6. Modelo caso 2, fuselaje largo.

Una vez definida la geometría y la posición de ambas superficies sustentadoras y los cálculos de todos los términos, procedemos a aplicar la ecuación de estabilidad estática y ver el signo que toma la derivada del coeficiente de momento respecto del ángulo de ataque. A continuación se presentan los resultados obtenidos de ambas configuraciones.

$\frac{\partial C_m}{\partial \alpha}$	-0,0096 (caso 1)
$\frac{\partial C_m}{\partial \alpha}$	-0,021 (Caso 2)

Tabla 5. Resultados de la ecuación (1) para el caso 1 y caso 2.

Como podemos ver, ambos casos son estáticamente estables, lo que no implica que también sean dinámicamente estables.

### 3.2. Estabilidad dinámica

La estabilidad dinámica se define como [1] “la tendencia de las amplitudes del movimiento perturbado de una aeronave a decrecer a cero o a valores correspondientes a un nuevo estado estacionario luego de un tiempo posterior al cese de la causa que dio origen a la perturbación”. El análisis se hace a través del sistema que representa la dinámica, es decir las tres sumatorias de fuerzas y las tres sumatorias de momentos respecto al centro de gravedad del modelo. Para la dinámica longitudinal de una aeronave, toma la forma presentada en la Figura 7. Si a este sistema de ecuaciones se lo convierte a espacio de estado a través de la transformada de Laplace, el sistema queda representado por una matriz de estado “A”, que tiene toda la información de la respuesta propia del sistema. Los coeficientes aerodinámicos que expresan la razón de cambio de las fuerzas y momentos en función de las variables que definen el estado instantáneo de la aeronave, conforman los coeficientes de la “matriz A”. La Figura 8 presenta cualitativamente las posibles respuestas dinámicas del modelo.

$$\begin{aligned}
 m\ddot{u} &= -mg\cos\theta_1 + \bar{q}_1 S \left\{ - (C_{D_u} + 2C_{D_l}) \frac{u}{U_1} + (C_{T_{x_u}} + 2C_{T_{x_l}}) \frac{u}{U_1} \right\} + \\
 &\quad + \bar{q}_1 S \left\{ \frac{C_D}{U_1} - (C_{D_\alpha} - C_{L_l})\alpha - C_{D_{\delta_e}}\delta_e \right\} \\
 m(\dot{w} - U_1 q) &= -mg\sin\theta_1 + \bar{q}_1 S \left\{ - (C_{L_u} + 2C_{L_l}) \frac{u}{U_1} - (C_{L_\alpha} + C_{D_l})\alpha \right\} + \\
 &\quad + \bar{q}_1 S \left\{ - C_{L_\alpha} \frac{\alpha \bar{c}}{2U_1} - C_{L_q} \frac{q \bar{c}}{2U_1} - C_{L_{\delta_e}}\delta_e \right\} \\
 I_{yy}\dot{q} &= \bar{q}_1 S \bar{c} \left\{ (C_{m_u} + 2C_{m_l}) \frac{u}{U_1} + (C_{m_{r_u}} + 2C_{m_{r_l}}) \frac{u}{U_1} + C_{m_\alpha}\alpha + C_{m_{\tau_\alpha}}\alpha \right\} + \\
 &\quad + \bar{q}_1 S \bar{c} \left\{ C_{m_\alpha} \frac{\alpha \bar{c}}{2U_1} + C_{m_q} \frac{q \bar{c}}{2U_1} + C_{m_{\delta_e}}\delta_e \right\} \\
 \text{where : } q &= \dot{\theta} \text{ and } w = U_1 \alpha
 \end{aligned}$$

Figura 7. Sistema de ecuaciones para la dinámica longitudinal de un avión [1] .

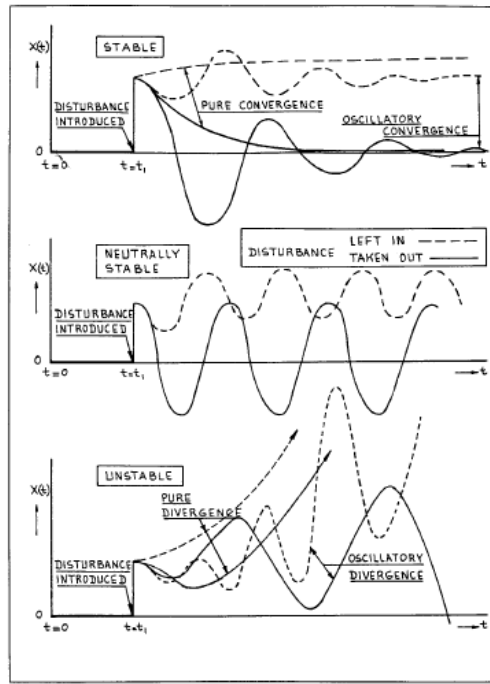


Figura 8. Respuestas de un sistema dinámico [1] .

Haciendo uso de la ecuación antes mencionada analizaremos la dinámica de la aeronave a partir del sistema lineal,

$$\dot{X} = [A] * X + [B] * U \quad (4)$$

Donde el sistema de respuesta longitudinal queda de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_u & X_w & 0 \\ \frac{Z_u}{1-Z_w} & \frac{Z_w}{1-Z_w} & \frac{Z_q + U_0}{1-Z_w} \\ M_u + M_w \cdot \frac{Z_u}{1-Z_w} & M_w + M_w \cdot \frac{Z_w}{1-Z_w} & M_q + M_w \cdot \frac{Z_q + U_0}{1-Z_w} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -g \cos \theta_0 \\ -g \sin \theta_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta w \\ \Delta q \\ \Delta \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{\delta e} & X_{\delta t} \\ \frac{Z_{\delta e}}{1-Z_w} & \frac{Z_{\delta t}}{1-Z_w} \\ M_{\delta e} + M_w \cdot \frac{Z_{\delta e}}{1-Z_w} & M_{\delta t} + M_w \cdot \frac{Z_{\delta t}}{1-Z_w} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta e \\ \Delta \delta t \end{bmatrix}$$

Figura 9. Sistema de ecuaciones en forma matricial.

Las matrices A y B que componen este sistema contienen información acerca de la respuesta dinámica de la aeronave ante las distintas entradas. A partir de ellas pueden obtenerse las llamadas “funciones de transferencia” que relacionan, una a una, dichas entradas con las salidas del sistema, asumiendo que se tienen condiciones iniciales nulas. La Figura 9 presenta la definición de los términos de la matriz A y B de la Figura 7, extraídos de [2]

$X_u = \frac{-(C_{Du} + 2C_{D0})QS}{mU} (s^{-1})$	$X_w = \frac{-(C_{D\alpha} - C_{Lo})QS}{mU} (s^{-1})$	$Z_u = \frac{-(C_{Lu} + 2C_{Lo})QS}{mU} (s^{-1})$
$Z_w = \frac{-(C_{L,\alpha} + C_{D\alpha})QS}{mU} (s^{-1})$	$Z_\alpha = UZ_w (ft/s^2) \text{ o } (m/s^2)$	$Z_{\dot{w}} = C_{L,\alpha} \frac{\bar{c}}{2U} QS / (Um)$
$Z_q = C_{L,q} \frac{\bar{c}}{2U} \frac{QS}{m} (ft/s^2) \text{ o } (m/s^2)$	$Z_{\dot{\alpha}} = UZ_w (ft/s^2) \text{ o } (m/s^2)$	$Z_{\delta e} = -\frac{C_{L,\delta e}QS}{m} (ft/s^2) \text{ o } (m/s^2)$
$M_u = C_{mu} \frac{(QS\bar{c})}{UI_Y} (1/ft.s) \text{ o } (1/m.s)$	$M_w = C_{m,\alpha} \frac{(QS\bar{c})}{UI_Y} (1/ft.s) \text{ o } (1/m.s)$	$M_{\dot{w}} = C_{m,\dot{\alpha}} \frac{\bar{c}}{2U} \frac{QS\bar{c}}{UI_Y} (ft^{-1}) \text{ o } (m^{-1})$
$M_q = C_{m,q} \frac{\bar{c}}{2U} \frac{QS\bar{c}}{I_Y} (s^{-1})$	$M_\alpha = UM_w (s^{-1})$	$M_{\dot{\alpha}} = C_{m,\delta e} (QS\bar{c}) / I_Y (s^{-2})$

Figura 10. Derivativas longitudinales ver [7]

## 4. MODELOS

### 4.1. Caso1 (FUSELAJE CORTO)

Para el “caso 1” se calculó la velocidad de vuelo, la cual resulto de 7 m/s, Acto seguido con las derivativas ya calculadas, se procede a obtener la matriz A, la cual contiene toda la información sobre la dinámica del modelo. A continuación se presenta la respuesta y la función de transferencia que relaciona la velocidad de vuelo U con la deflexión del elevador, G1:

$$G1 = \frac{0.3738 s^2 + 1.278 s + 18.52}{s^4 + 1.763 s^3 + 11.55 s^2 + 1.615 s + 9.836}$$

Figura 10: Función de transferencia que relación la velocidad U con la deflexión de elevador

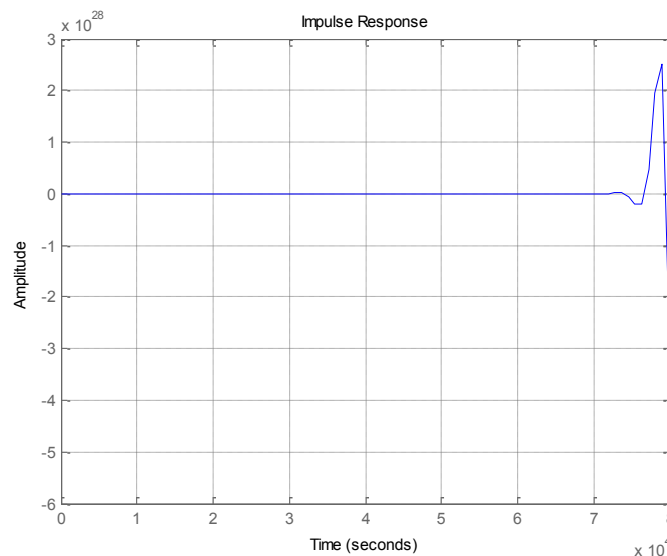


Figura 11. Respuesta temporal de G1.

Como podemos ver existe una condición de inestabilidad dinámica, es decir que una vez que lo apartamos de su condición de equilibrio por efecto del accionamiento del elevador, intenta volver a su condición inicial pero termina divergiendo el valor de U; el ángulo de ataque también diverge.



## 4.2. Caso 2 (FUSELAJE LARGO)

Para este caso la velocidad que se calculó fue de 12 m/s debido a que al agregar el módulo para extender el fuselaje se debe balancear el avión con lastre en el morro, aumentando el peso total (aprox. 2Kg) comparado con el Caso 1.

A continuación se presenta la función de transferencia que relaciona la velocidad de vuelo U con la deflexión del elevador, G2:

$$G2 = \frac{0.6786 s^2 + 2.406 s + 61.97}{s^4 + 2.602 s^3 + 34.31 s^2 + 4.774 s + 15.26}$$

Figura 12. Función de transferencia entre U y la deflexión del elevador

Su respectiva respuesta ante la misma entrada de 0.43 rad es la siguiente:

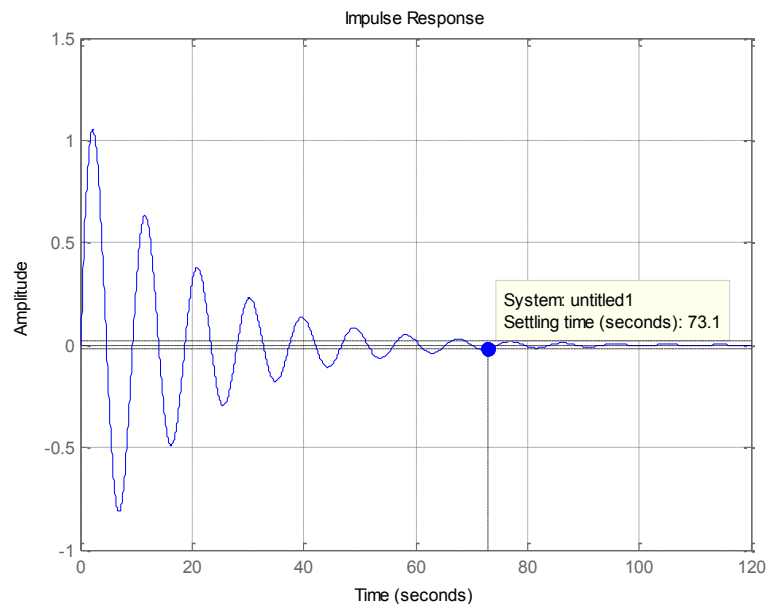


Figura 13. Respuesta temporal de G2.

Como se observa, el modelo tiene una respuesta estable. La función de transferencia que relaciona el ángulo de ataque con la deflexión del elevador y su respectiva respuesta se muestran a continuación, G222:

$$G222 = \frac{0.05746 s^3 + 0.09859 s^2 + 0.01131 s - 1.067e-16}{s^4 + 2.602 s^3 + 34.31 s^2 + 4.774 s + 15.26}$$

Figura 14. Función de transferencia entre Alfa y la deflexión del elevador.

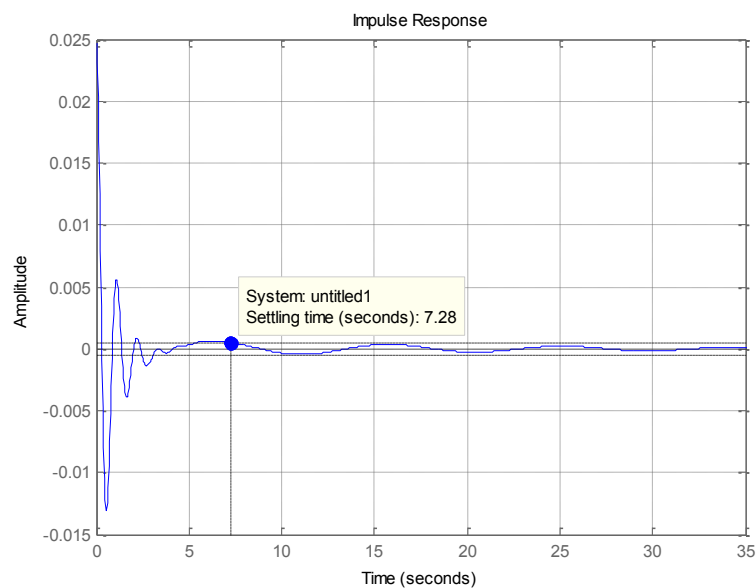


Figura 15. Respuesta temporal de G222.

Se observa el período corto, dado por la evolución en el tiempo del ángulo de ataque como respuesta a un impulso de elevador.

En la Tabla 6 se presenta el valor de frecuencia correspondiente al período largo determinado con el modelo matemático. Se espera mediante ensayos en túnel de viento encontrar valores similares y así verificar el modelo matemático empleado.

Modelo matemático	0,6742 Hz (período largo)
-------------------	---------------------------

Tabla 6. Frecuencia de periodo largo (modelo analítico)

## 5. CONSTRUCCIÓN DEL MODELO

El modelo en cuestión fue construido en madera balsa y refuerzos de pino en las zonas de mayor carga, se mandó a cortar con láser el perfil a utilizar, en nuestro caso un NACA 4412 (balsa 3 mm).



Figura 16. Costilla.

Como se puede ver tiene dos cortes de 5mm X 5mm que están ubicados al C/4, y uno más por detrás de 5mm X 3mm, este último tiene como objetivo mantener a los perfiles paralelos entre sí, además en el borde de ataque tiene un corte de sección circular, cuyo radio corresponde con el radio de borde ataque del perfil.

Una vez cortado los perfiles se procede a ensamblar la estructura del ala, a continuación se muestran unas imágenes de la misma.



Figura 17. Estructura y enchapado del ala.

En cuanto al fuselaje, también se cortaron con láser las cuadernas con unas varillas que van a ser de guía para la extensión del fuselaje. La Figura 18 presenta los detalles constructivos del fuselaje.

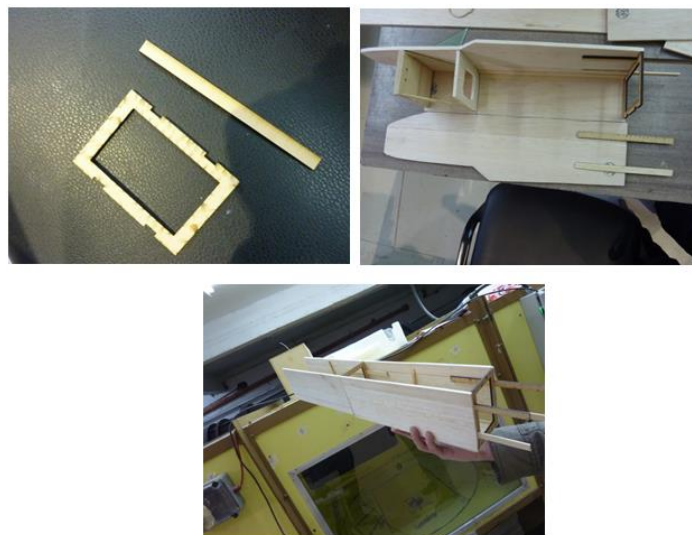


Figura 18. Partes del fuselaje.

En cuanto a los estabilizadores, tanto para el horizontal como para el vertical se respetaron las dimensiones del aeromodelo de referencia, y se verificando que son capaces de proveer las características de estabilidad deseadas. La Figura 19 presenta detalles constructivos.



Figura 19. Estabilizador vertical y horizontal.

Una vez que todas las partes fueron terminadas, se ensamblaron para dar forma al modelo que será instalado en el túnel de viento para su posterior ensayo; a continuación se presentan ambas configuraciones en instalación preliminar (ver Figura 20)



Figura 20. Modelo caso 1 y 2 en túnel de viento.

## 6. INSTRUMENTACIÓN DEL MODELO

La instrumentación del modelo consistió básicamente en colocar dos acelerómetros piezoeléctricos (rango optimo: 10Hz-100Hz) y ubicarlos lo más próximo al centro de gravedad (CG) para ver las aceleraciones que sufre dicho punto. Este tipo de acelerómetros miden en una sola dirección, por lo cual se debió colocar dos: uno en la dirección longitudinal del fuselaje (eje x) y el otro en el eje “Z”. A continuación vemos una imagen del acelerómetro. Del análisis de los resultados del modelo analítico, se identifica el rango frecuencias de la dinámica longitudinal del modelo de ensayo en túnel (0.6Hz-5.8Hz).

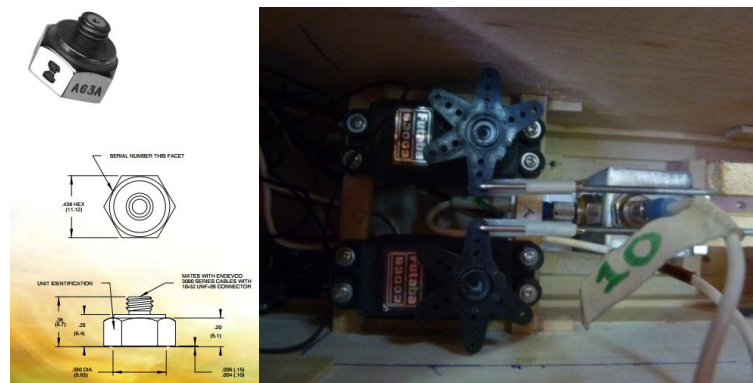


Figura 21. Instalación de los acelerómetros en el CG.

Se montó un tercer acelerómetro en la nariz del modelo con dirección “Z” a los efectos de evaluar los giros teniendo en cuenta las diferencia entre los desplazamientos del centro de gravedad y de la nariz; si ambos acelerómetros registran lo mismo (amplitud y fase), nos indicaría traslación pura, en cambio la diferencia en la lectura entre ambos sensores indica una rotación de la nariz respecto al CG.

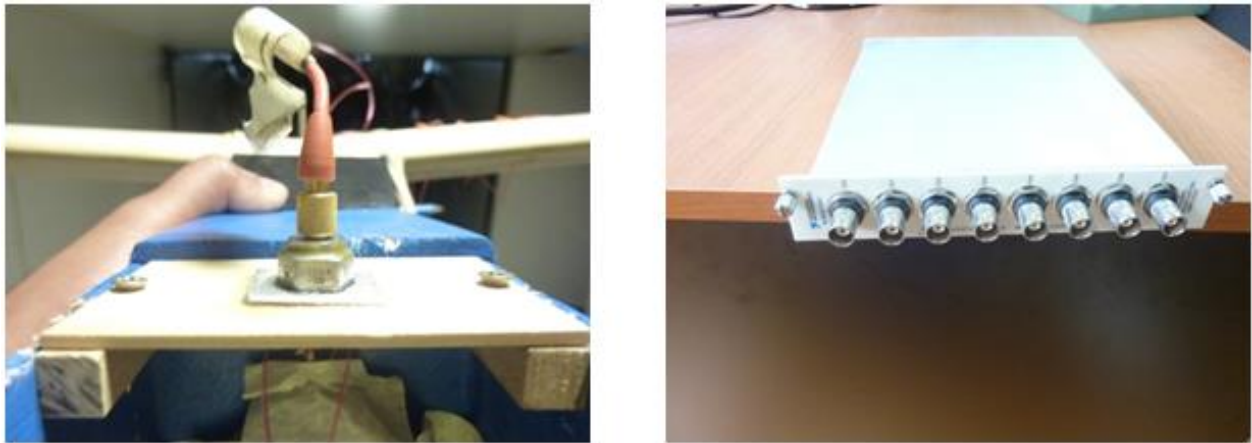


Figura 22. Acelerómetro de nariz y modulo adquisidor

Instrumentación	
Acelerómetro	Endevco 2556A-100/11008
Modulo adquisidor	National Instrument SCXI1531
Servo mecanismo	Futaba S3003 (2)

Tabla 7. Instrumentos utilizados

## 7. ANÁLISIS DE RESULTADOS EXPERIMENTALES

### 7.1. caso 1

En este caso el modelo tiene el fuselaje más corto, se realizaron los ensayos con la misma instrumentación y se encontró que el modelo tiene un comportamiento extremadamente sensible a las perturbaciones con fuerte tendencia a la inestabilidad. Estos resultados se corresponden con los cálculos analíticos realizados previamente, aunque los valores de las amplitudes no verifican exactamente. La Figura 23 presenta la evolución en el tiempo de la señal de los acelerómetros para el caso 1 (fuselaje corto).

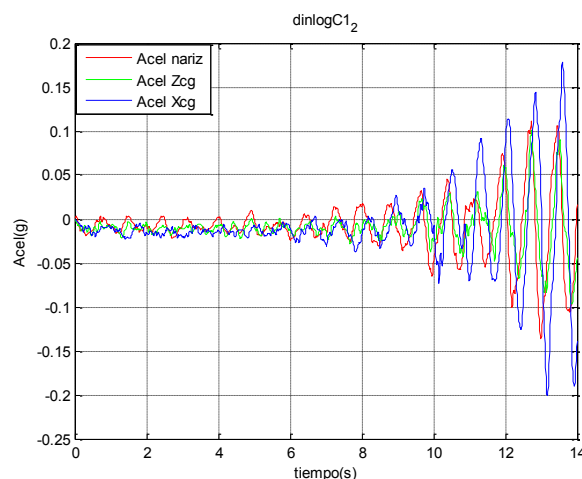


Figura 23. Respuesta del modelo experimental (Caso 1).

Se puede ver que el modelo arranca de manera estable los primeros segundos, luego de generar una perturbación de elevador vemos que el modelo tiende a aumentar su amplitud; si dejamos que esto continúe el modelo puede sufrir daños, con lo cual disminuimos gradualmente la velocidad del túnel de viento para conservar la integridad del modelo.

Mediante doble integración por método de los trapecios de la señal filtrada con filtro pasa alto, cuya frecuencia de corte se estimó a la mitad de la encontrada en forma analítica, se obtiene la velocidad y el desplazamiento en

función del tiempo del CG. Luego se computa el espectro de frecuencias de la señal de desplazamiento que nos permita visualizar la frecuencia con que se mueve el modelo y ver si ese valor de frecuencia encontrado se asemeja a alguno de los obtenidos mediante el modelo matemático. De ser así estaríamos en presencia de alguno de los modos, el periodo largo o el periodo corto.

A continuación vemos los desplazamientos obtenidos a partir de la señal de aceleración

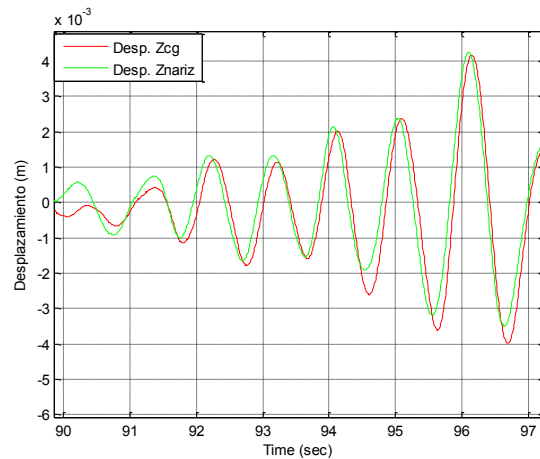


Figura 24. Desplazamiento en Z del CG y de la nariz.

Como principal conclusión de estos resultados obtenidos es que se pudo verificar de manera experimental la inestabilidad del modelo.

## 7.2. Caso 2

Conociendo los desplazamientos de la nariz y del centro de gravedad podemos obtener el ángulo de actitud/alfa del modelo mediante una relación trigonométrica a continuación se muestra lo antes mencionados.

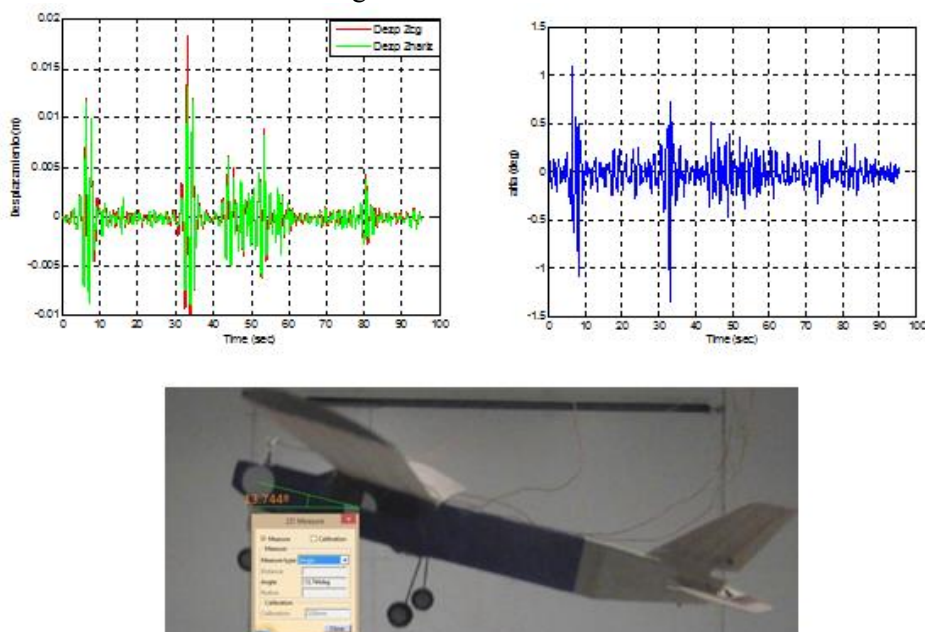


Figura 25. Comparación entre las imágenes de la cámara de alta velocidad y lo medido con sensores.



Esta gran diferencia se debe a la pobre respuesta de los acelerómetros en bajas frecuencias, por ende las aceleraciones que se obtuvieron no fueron del todo correctas, sumado al error en las constantes de la doble integración para la determinación del desplazamiento.

Una vez obtenida la señal de desplazamiento (Figura 24) procedemos a calcular el espectro para identificar la frecuencia con que el modelo se está moviendo. Como resultado de este análisis se obtuvo el siguiente espectro, el cual corresponde a la Figura 24

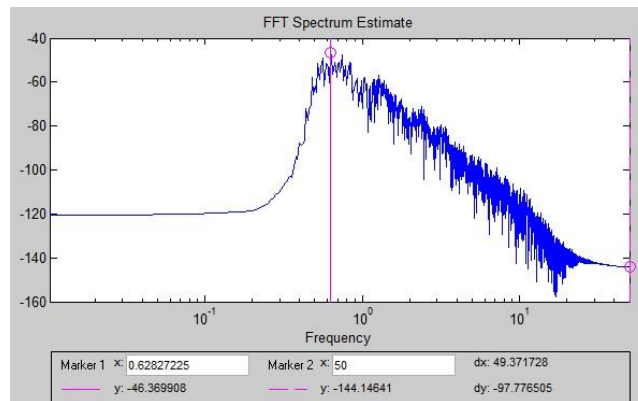


Figura 26. Espectro de la señal de desplazamiento (Zcg)

Modelo matemático	0,6742 Hz
Dato de ensayo (caso 2)	0,63 Hz

Tabla 8. Comparación de frecuencias

### 7.3. caso 2 con cámara de alta velocidad

A continuación se presentan los resultados que se obtuvieron utilizando una cámara de alta velocidad, los videos fueron tomados a 250 cuadros por segundo, y luego de un pos procesamiento del video, el cual consiste en seguir puntos predeterminados (mediante software asociado), y como resultado de ese análisis el programa devuelve Desplazamiento, Velocidad y Aceleraciones de los puntos indicados. A continuación se presenta el desplazamiento los puntos indicados en la figura 27 con flechas rojas.

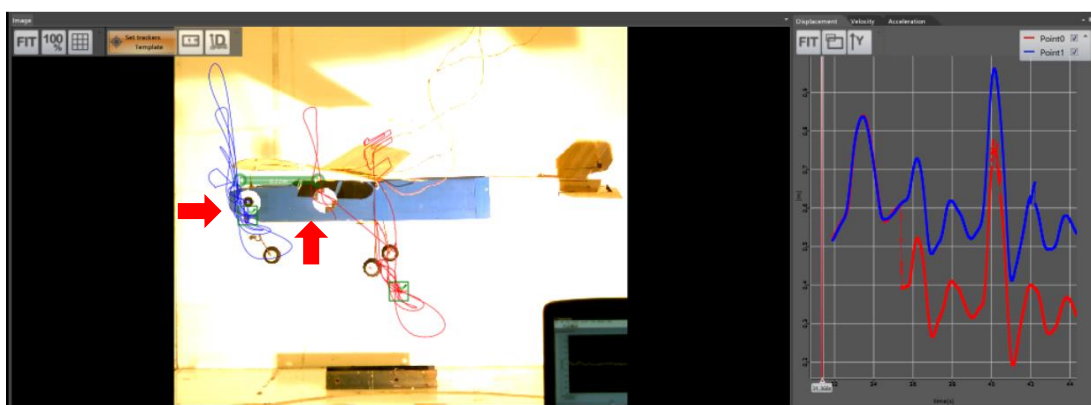


Figura 27. Pos-procesamiento del video.

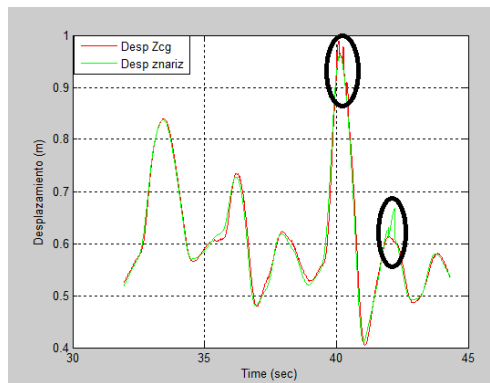


Figura 28. Desplazamientos obtenidos del pos-procesamiento de video.

Como podemos ver, los valores de los desplazamientos verticales no coinciden con los obtenidos a partir de las señales de acelerómetros, esto se debe a lo ya antes mencionado. Los círculos negros indican que el programa perdió por un instante de tiempo la referencia que debía seguir, esto afecta el ángulo de actitud, por lo que en esos instantes el ángulo de actitud no es fiable.

El dato más importante es que se puede ver cómo atenúa la amplitud de los desplazamientos; esto nos habla de su condición de estabilidad, como predecía el modelo matemático. Cabe aclarar que en el mismo ensayo se aplicaron dos impulsos y se observó que en ambos casos la amplitud tiende a atenuar. A continuación vemos como varía el ángulo de actitud; esta gráfica representa mejor la evolución temporal de la actitud del modelo, toma valores de ángulos consistentes con lo que se observaba a simple vista y en la filmación de alta velocidad.

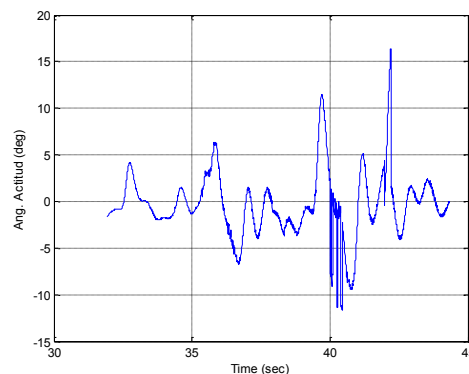


Figura 29. Ángulo de actitud obtenido a partir de la figura 28.

El espectro de la señal se muestra a continuación,

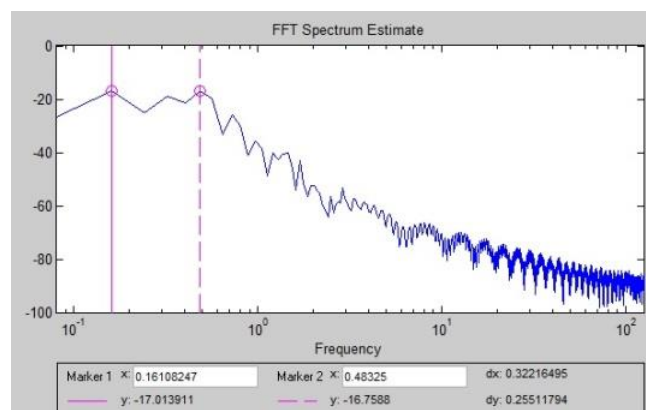


Figura 30. Espectro de la señal de desplazamiento ( $Z_{CG}$ ).



Modelo matemático	0.6742 Hz
Dato de ensayo (caso 2)	0.63 Hz
Dato cámara	0.48 Hz

Tabla 8. Comparación de frecuencias

## 8. CONCLUSIONES

La principal conclusión del presente trabajo es que se pudo verificar de manera experimental los efectos de la modificación de la longitud del fuselaje sobre las características de estabilidad longitudinal del modelo. Se observó que el fuselaje de menor longitud el avión es dinámicamente inestable, aunque es estable estáticamente, mientras que al extender lo suficiente el fuselaje se modifica el comportamiento del modelo con un cambio rotundo: se volvió dinámicamente estable, verificando el modelo matemático.

Se verificó la complejidad asociada a realizar un ensayo dinámico de estas características, debido a que se deben tener en cuenta mucho factores que intervienen en los resultados finales, como por ejemplo las bandas elásticas de sujeción del modelo, las cuales afectan fuertemente al factor de amortiguamiento, los sensores con que se sujeta el modelo, o la interacción de las paredes del túnel con el modelo cuando este se acerca a algunas de las paredes del túnel.

La instrumentación utilizada no resultó completamente adecuada, debido a que los acelerómetros a bajas frecuencias no funcionan como se deseaba. El tipo de acelerómetros utilizados son ideales para detectar altas frecuencias y no para estudiar movimientos, que es lo que estábamos buscando. Pero solo contábamos con ellos al momento del ensayo.

La implementación de la cámara de alta velocidad nos permitió detectar los desplazamientos y compararlo con los que obtuvimos al realizar la doble integración; se observa una importante diferencia, como era de esperarse.

## 9. REFERENCIAS

- [1] Jan Roskam “Airplane flight dynamics and automatic flight controls” Part1.
- [2] R.C.Nelson. “Flight stability and automatic control”.
- [3] Raymer. “Aircraft Design A Conceptual Approach”
- [4] Perkins. “Airplane Performance Stability and control”.
- [5] Apunte de Aerodinámica general II “Estabilidad dinámica”.
- [6] Apunte de Aerodinámica general I Segunda parte “Estabilidad estática”.
- [7] Alejandro Roger Ull “Apuntes Mecánica de vuelo II” Primera edición febrero 2012.